

基于球谱聚类与混合指标的多目标进化算法

陈鹏^{1,2}, 戴光明^{1,2}

(1. 中国地质大学(武汉) 计算机学院; 2. 中国地质大学 智能地学信息处理湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430074)

摘要: 在基于分解的多目标进化算法中, 使用欧几里得距离计算种群的稀疏度以指导权向量更新是一种广泛采用的策略。然而, 该策略无法准确确定当前种群的稀疏情况, 在非线性帕累托前沿中, 易导致中心区域的个体被误判为拥挤而优先删除; 边缘区域的个体被误判为稀疏, 从而造成大量新个体聚集在边缘区域, 即出现中心—边缘偏置问题; 同时, 一些主流算法通过稀疏度直接删点可能会误删关键解, 进一步加剧了这一问题。为此, 提出一种融合颗粒球谱聚类与混合指标的算法 MOEA/D-GBSC, 以目标空间的局部结构创建颗粒球, 基于球心相似度执行谱聚类, 削弱单纯几何距离导致的密度误判; 在环境选择阶段, 设计由近似 IGD、HV 与 Spread 组成的加权混合指标, 对拥挤区域的近邻候选解进行综合评分与批量删除, 配合稀疏区域的精英库补充, 有效平衡了算法的收敛性与多样性。所提算法在 81.25% 的基准实例上排名前 2, 其总体中位数 IGD 相对对比算法的整体中位数水平平均降低 38.18%, 具有显著优势。

关键词: 多目标优化; 分解; 权向量自适应; 颗粒球谱聚类; 混合指标

DOI: 10.11907/rjdk.251824

扫描二维码阅读全文:



中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1672-7800(XXXX)0XX-0001-12

Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Ball Spectral Clustering and Hybrid Indicators

CHEN Peng^{1,2}, DAI Guangming^{1,2}

(1. School of Computer, China University of Geosciences;

2. Hubei Key Laboratory of Intelligent Geo-Information Processing, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: In decomposition-based multi-objective evolutionary algorithms, using Euclidean distance to calculate the sparsity of the population to guide the update of weight vectors is a widely adopted strategy. However, this strategy cannot accurately determine the sparsity of the current population. In the nonlinear Pareto front, it is prone to misjudging individuals in the central region as crowded and preferentially deleting them, while individuals in the peripheral region are misjudged as sparse, resulting in a large number of new individuals clustering in the peripheral region, namely the center-periphery bias problem. At the same time, some mainstream algorithms may mistakenly delete key solutions by directly deleting points based on sparsity, further exacerbating this problem. To address this, an algorithm MOEA/D-GBSC that integrates particle sphere spectral clustering with hybrid indicators is proposed. It creates particle spheres based on the local structure of the objective space and performs spectral clustering based on sphere center similarity, mitigating density misjudgments caused by pure geometric distance. In the environmental selection stage, a weighted hybrid indicator consisting of approximate IGD, HV, and Spread is designed to comprehensively score and batch delete neighboring candidate solutions in crowded regions, coupled with the supplementation of an elite pool in sparse regions, effectively balancing the convergence and diversity of the algorithm. The proposed algorithm ranks in the top 2 on 81.25% of benchmark instances, with its overall median IGD reducing by an average of 38.18% compared to the overall median level of comparative algorithms, demonstrating significant advantages.

Key Words: multi-objective optimization; decomposition; adaptive weight vector; granular-ball spectral clustering; hybrid indicators

0 引言

多目标优化问题 (Multi-objective Optimization Prob-

lems, MOPs) 是现代科学与工程领域面临的核心挑战之一^[1]。例如, 在工程设计中往往需要同时考虑产品性能、成本和可维护性等多个目标; 在金融领域, 投资组合优化则需要在风险与收益之间取得平衡。求解这些问题对于

收稿日期: 2025-12-15

作者简介: 陈鹏 (2001-), 男, 中国地质大学 (武汉) 计算机学院硕士研究生, 研究方向为多目标优化算法; 戴光明 (1964-), 男, 博士, 中国地质大学 (武汉) 计算机学院教授、博士生导师, 研究方向为空间信息网络、智能优化算法等。本文通讯作者: 陈鹏。

提高系统性能、降低成本以及提升资源利用率具有重要意义^[2]。多目标优化需要同时优化多个相互冲突的目标,这些目标之间往往存在权衡关系,使得问题通常不存在唯一的最优解,而是存在一个由权衡解组成的帕累托最优解集,它们彼此之间不存在明显的优势或劣势关系,其在目标空间中的映像称为帕累托前沿(Pareto front, PF)^[3-4]。一般来说,一个 M 维的 MOP 可定义为:

$$\min F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)]^T, \text{ subject to: } x \in \Omega \quad (1)$$

式中: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$, 表示决策变量, 属于决策空间 Ω ; Ω 表示所有可行解的集合; $F(x)$ 表示目标函数, 包含 m 个目标函数 $f_i(x) (i = 1, 2, \dots, m)$, 每个目标函数映射到目标空间 R^m 。

进化多目标优化因不依赖梯度、易处理非凸与离散约束而得到广泛应用, 其中基于分解的策略借助参考向量将问题拆分为一组标量子问题, 具备较好的可扩展性, 并在高维目标场景表现较好^[5-6]。然而, 复杂非线性 PF 下的密度判别与档案维护仍可能引入分布偏置, 导致多样性退化与关键解缺失^[7]; 同时, 反世代距离(Inverted Generational Distance, IGD)等指标在参考集构造与维度适应性方面的差异, 也会影响跨算法对比结论的客观性与可重复性^[8]。因此, 围绕分布刻画与评价体系开展研究对于提升分解型多目标进化算法的稳定性与工程落地价值具有重要意义。

1 相关研究

基于分解的多目标进化算法(Multi-objective evolutionary algorithms, MOEAs)在过去 10 年得到广泛关注, 其代表性框架 MOEA/D 采用 Das 和 Dennis 提出的单纯形格点生成的均匀固定权重向量^[9-10]。然而, 当 PF 呈现反向单纯形、非凸、断裂或退化等不规则形态时, 预设权重分布与前沿几何结构往往难以匹配, 部分权重方向在前沿上缺乏对应的 Pareto 最优解, 相邻子问题收敛至同一解或同一局部区域, 进而造成解集局部过度聚集而整体覆盖不足^[11-12]。针对以上问题, 研究者们提出权重向量自适应策略, 通过周期性删除拥挤方向的向量并在稀疏区域插入新向量, 使权重集逐步贴近前沿形态^[13-14]。例如, 文献[15]提出的 MOEA/D-URAW 采用均匀随机策略在线生成、淘汰子问题, 依据稀疏度自适应调整向量个数, 减弱了对前沿先验形状的依赖。文献[16]提出的 AdaW 通过权重的生成、增删、维护和频率控制, 逐步形成匹配问题 PF 的向量分布。文献[17]提出的 MOEA/D-UR 探讨了固定权重向量在不同问题几何形状下的局限性, 并提出一种评估改进的指标, 从而确定权重向量调整的最佳时机。文献[18]在 MOEA/D 框架内引入基于权重向量的个体匹配优化机制, 通过仿真对比验证了算法在接入控制场景下的优越性。文献[19]提出一种基于决策变量分组的通用演化优化框架, 增强了在高维决策空间中的搜索效率与可扩展性。文

献[14]提出基于解集分布的自适应权重调整框架 MOEA/D-AWA, 在拥挤区域删减向量, 在稀疏区域增设向量, 显著提升了算法在复杂 PF 中的覆盖能力, 其添加个体的方法如式(2)所示, 本文借鉴该方法进行新个体构建。

$$\lambda^{sp} = \left(\frac{1}{f_1^{sp} - z_1^*}, \dots, \frac{1}{f_m^{sp} - z_m^*} \right) \quad (2)$$

式中: f_i^{sp} 为目标函数值; z_i^* 为参考点。使用个体的目标函数值和当前参考点来计算新的子问题 λ^{sp} , 并将其添加到当前群体中。

权重向量自适应策略使算法在大多数目标问题上具有良好的通用性, 较好地改善了当问题具有复杂 PF 时, 均匀分布权重表现不佳的问题。然而, 大多数自适应框架面临以下局限: 许多方法以欧氏距离衡量邻近关系并据此计算稀疏度, 但在非线性或高维 PF 中, 欧氏距离难以表征 PF 的内在几何拓扑结构, 在距离集中的作用下稀疏度判别能力显著下降, 进而引发中心—边缘偏置问题, 即 PF 中心区域的解被过度判定为拥挤而易被删除, 导致中心收敛压力不足; 而边缘区域的解被判定为稀疏, 大量新解聚集在 PF 边缘区域, 导致选择压力下降^[20-22]。针对以上问题, 文献[23]提出的 MOEA/D-SC 使用基于密度的带噪声应用空间聚类算法, 并通过遗传算法自适应调整输入参数的敏感性, 能够更准确地评估目标空间中个体的稀疏度。文献[24]提出的 MOEA/D-ROE 采用一种区域自适应策略, 不同稀疏程度的子问题被划分到不同区域, 通过对每个区域设置相应的参数, 并引入帕累托优势定期调整权重, 可以更均匀地重新分配子问题的权值, 从而得到更一致的解。文献[25]提出的 MOEA/D-GMM 使用高斯混合模型, 将数据视为多个高斯分布的混合, 并采用肘部规则自适应选择参数, 更加灵活地划分目标空间数据, 较好地平衡了算法的收敛性和多样性。文献[26]提出的 MOEA/D-TLNN 采用神经网络精确定种群在目标空间中的分布, 确保从当前种群中移除的个体和需要添加的区域能被精确识别。以上研究证实了利用分区与聚类策略解决中心—边缘偏置问题的有效性。

现有基于权重向量与稀疏度的算法在环境选择中大都直接删除算法识别出的最拥挤个体, 但在复杂 PF 中, 膝点附近的解往往同时具有高密度与高质量的特点, 局部密度高并不意味着可替代性高, 稀疏度驱动的删点策略可能误删关键解并降低参考前沿的覆盖能力, 进一步破坏收敛性与多样性的平衡^[27-29]。基于指标的 MOEAs 使用超体积(Hyper Volume, HV)等性能指标直接引导种群进化, 通过最优化某个指标来驱动搜索过程, 算法优化目标与最终评价标准严格对齐, 天然兼顾了算法的收敛性与多样性, 因此得到了广泛采用^[30]。例如, 文献[31]提出的 SMS-EMOA 通过基于 HV 贡献的动态选择机制有效引导种群向高质量 PF 进化。文献[32]提出的 IBEA 将个体间的优劣

比较直接映射为质量指标的增量或损失,从而以指标为准绳完成适应度分配与环境选择。文献[33]围绕R2指标构建面向高维目标空间的多目标优化方法,提升了算法在工程场景中高维情形下选择与评价的有效性。文献[34]提出一种R2指标驱动的拟态物理学约束多目标优化算法,通过参考点选取与误差函数使参考点可随种群分布自适应调整,并引入约束权值与拟态物理学约束处理机制,从而在加快算法收敛的同时维持解集的多样性。文献[35]提出的GCNMOEA利用图神经网络学习种群结构和个体关系,利用自注意力机制优化权重矩阵,将深度学习与进化计算结合,自适应学习种群拓扑结构,有效提升了算法的收敛性。

基于以上研究,本文结合聚类与指标策略的优势提出MOEA/D-GBSC算法,在簇级实现更合理的资源分配与参考向量调整,在保持复杂度可控的同时提升了算法的收敛性与多样性。本研究的主要贡献点为:①提出一种改进的颗粒球谱聚类算法(A Spectral Clustering Algorithm Based on Granular-ball, GBSC),并与MOEA/D相结合,以颗粒球在球层面构图并执行谱聚类,用簇作为结构单元约束环境选择与参考向量调整,实现对目标空间种群的精确划分,能够更准确地确定种群的稀疏情况,聚类中心代表真正拥挤的个体,聚类边缘代表真正稀疏的个体,从机制上缓解了中心一边缘偏置问题,解决了欧氏距离在计算种群稀疏度时的缺陷^[36];②设计一种基于混合指标的环境选择机制(Hybrid-Indicator-based Environmental Selection Mechanism, HIES),种群在执行聚类后,虽然聚类中心代表真正拥挤的个体,但并非直接删除,而是将中心近邻的一些个体当作候选解,并利用近似IGD、HV和Spread指标对它们进行综合评分,以该分数作为删除准则,使环境选择与评价口径一致,兼顾整体逼近、边界贡献与分布均匀,既维持中心区域的收敛压力,又抑制边缘的过度保留与异常点干扰,使算法在收敛性与多样性之间取得良好平衡;③将本文算法与近年来提出的多种先进算法在大量标准测试集问题上进行了不同维度的比较,充分验证了本文算法的有效性。

2 MOEA/D-GBSC算法

2.1 GBSC

一般情况下,经典谱聚类在构图与特征分解阶段代价较高,相似度矩阵构建的时间复杂度为 $O(n^2)$,拉普拉斯特征分解为 $O(n^3)$,其随着数据规模的增大迅速失衡,成为在反复调用的迭代型优化流程中的瓶颈。Xia等^[37]提出的颗粒球方法将整个数据作为最粗粒度的数据,利用颗粒球从粗粒度到细粒度进行拆分与细化。该方法基于以下假设:具有相似分布的数据形成一个颗粒球,相邻的颗粒球形成一个簇。给定数据集 $D = p_i (i = 1, 2, \dots, n)$, n 为 D 上的样

本个数,GBSC首先将 D 视为由若干颗粒球覆盖的多粒度结构,第 j 个颗粒球 GB_j 包含 n_j 个样本,其心 c_j 、半径 r_j 的定义分别为:

$$c_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} p_i \quad (3)$$

$$r_j = \max \left(\left\| p_i - c_j \right\| \right) \quad (4)$$

其次,通过基于分布度量的自适应分裂策略生成一组质量较高的颗粒球集合,并在颗粒球中心构造高斯核相似度矩阵;最后,利用谱聚类获得聚类划分。

本研究设计了一种改进的GBSC算法,对颗粒球生成、相似度构造以及标签回传进行了重构与优化。颗粒球生成过程如图1所示。首先对全体样本进行k-means预分组,并划分为 k_{init} 个初始子集,每个子集对应一个粗粒度的颗粒球,图1(a)展示了不同颜色的预分组结果;其次,在每个子集中采用基于主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)的快速二分策略细化颗粒球,即对去中心化后的子集数据 X_j 进行PCA,提取第一主成分方向的单位向量 u_j ,将子集中每个样本投影到该方向上。计算公式为:

$$z_i = u_j^T (x_i - c_j) \quad (5)$$

以投影值集合 z_i 的中位数 $\tau_j = \text{median}(z_i)$ 作为划分阈值,将样本分为 $z_i \leq \tau_j$ 与 $z_i > \tau_j$ 两部分,分别形成两个子球 GB_j^1 与 GB_j^2 。图1(b)展示了子集中样本在第一主成分方向上的投影,图1(c)表示按中位数阈值二分后得到的两个子球及其中心和半径。对于每个新子球,重新计算 c_j 和 r_j ,并同时维护其内部样本的原始索引集合,使几何信息与索引信息在整个分裂过程中保持一致。在外层对所有当前颗粒球重复上述PCA二分操作,若某一轮分裂后颗粒球总数不再增加,或颗粒球数量超过 $n/2$,则迭代终止,得到最终的颗粒球覆盖结构,如图1(d)所示。相较于原始算法利用分布度量逐球判断是否分裂的策略,本文策略在保留主几何结构的同时显著降低了颗粒球生成的时间复杂度。

在谱聚类阶段,本研究仍在颗粒球层面构造相似度矩阵,但在原算法的球心距离以及高斯核的基础上显式引入规模权重,使大球之间的连接边得到强化,而只包含极少数样本的噪声小球与其他球之间的相似度会被规模权重限制,从而提升谱聚类对噪声与类不平衡的鲁棒性。最后,在谱聚类得到颗粒球的簇标签后,利用颗粒球生成过程中同步维护的索引集合将每个颗粒球的簇标签直接写回其内部所有样本,实现 $O(n)$ 复杂度的标签回传,相较于原算法基于几何关系重新分配的间接过程,大幅降低了算法的时间开销。本文算法的初衷为解决欧氏距离对于种群稀疏度判断不准确的问题,因此输出以上聚类结果中每个聚类的中心点以表示当前种群中最拥挤的个体,边界点表示最稀疏的个体。

2.2 HIES

GBSC给出当代种群的簇划分以及簇内的中心、边界

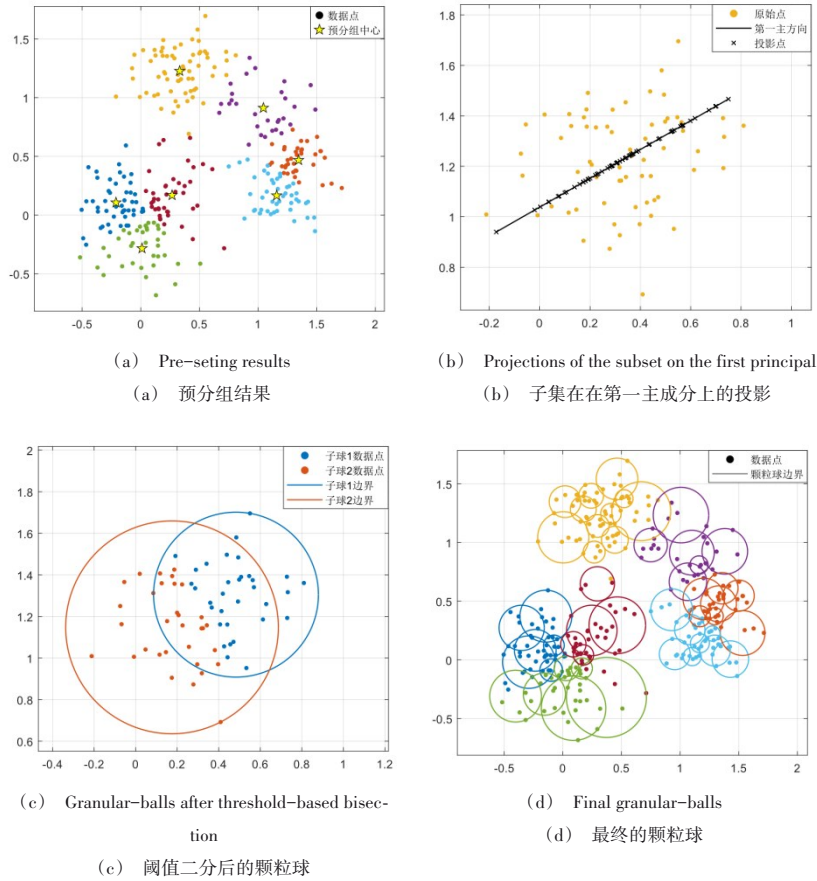


Fig. 1 Generation process of granular-balls

图1 颗粒球生成过程

结构后, HIES在簇内完成环境选择, 以避免仅凭稀疏度直接删除中心个体而进一步加剧中心一边缘偏置问题。具体而言, 对于每个簇中的候选解, 分别评估其对收敛性与分布性的综合作用。首先利用外部档案与当前种群的非支配并集构建近似参考前沿, 统计个体对参考点覆盖的代表性以刻画其IGD重要性^[38]; 其次采用蒙特卡罗采样对HV贡献进行近似估计, 衡量个体对解集支配体积的独特贡献^[39]; 最后将目标向量在主成分方向上投影, 分析相邻间距的偏差变化以评估个体对整体均匀性的影响^[40-41]。由于3类贡献的量纲不同, 首先在簇内进行归一化, 其次按照预设权重聚合为一个具有“删除倾向”的综合评分, 使得对收敛、体积贡献和分布均匀性更关键的个体获得更低的删除优先级。最终在每个簇内按综合评分从高到低批量剔除相邻的拥挤候选, 直至达到该簇的目标删减量, 并结合精英档案对稀疏区域进行补充, 从而在定位拥挤区域的同时实现细粒度的环境选择与全局多样性维持。

2.3 MOEA/D-GBSC算法框架

本研究提出的MOEA/D-GBSC算法将GBSC与HIES嵌入MOEA/D框架以解决传统方法的中心一边缘偏置所造成的算法收敛性与多样性不平衡问题。该算法的核心思想为将目标空间的局部结构显式建模, 并采用结构信息替代单纯欧氏距离驱动权向量自适应与环境选择。算法

首先以改进的颗粒球谱聚类在球层面构图并执行谱聚类, 将种群划分为若干簇并提取簇中心与边界, 从而在非线性或密度不均的PF上更可靠地识别拥挤区与稀疏区, 缓解中心区域被误判为拥挤而过度删除、边缘解被过度保留的中心一边缘偏置问题; 其次, 算法不再依据稀疏度对中心个体直接删点, 而是在每个簇内从中心近邻区域抽取候选解, 并采用由近似IGD、HV与Spread贡献构成的混合指标进行归一化加权评分, 优先删除在拥挤区中可替代性更强且综合贡献较低的个体, 同时利用边界解在稀疏区域补充子问题与新解, 使搜索资源在簇间得到更合理的再分配并保持分解框架的稳定改进。该方法将颗粒球谱聚类提供的簇级几何刻画与混合指标驱动的细粒度删点机制耦合到MOEA/D的权向量自适应流程中, 一方面提升拥挤识别的准确性并降低误删关键解的风险, 另一方面使环境选择口径与最终评价口径更一致, 从机制上改善收敛性与多样性的平衡。

本文将MOEA/D-GBSC划分为主流程、权向量自适应与删点选择3个层次。算法1给出MOEA/D的分解框架与邻域协作更新, 并在演化过程中按固定间隔触发权向量自适应。该自适应过程由算法2完成, 其核心是首先通过算法3获得簇级边界代表解与拥挤区域的待删除个体, 再删除同等数量的子问题并在稀疏区域补充新的子问题, 使权

向量分布随前沿几何自适应调整,随后在算法 1 中重构邻域以继续迭代。如算法 1 所示,MOEA/D-GBSC 首先进行初始化,设置子问题数量 N 、邻域采样概率 δ 、权重向量集合 W 、初始种群 P 、邻域规模 T 与理想点 Z ;其次依据权重向量间距离为每个子问题构建邻域 $B(i)$,以支撑后续的局部协作更新;进入主循环后,对每个子问题进行父代选择,其中以概率 δ 从邻域 $B(i)$ 抽取父代以强化局部开发,否则从全局抽取以提升多样性;再次,采用遗传算子产生子代并以子代的目标值更新理想点 Z ,再依据切比雪夫聚合准则对邻域内相关子问题尝试替换,只有在标量化值较优时才发生更新,以保证分解子问题的稳定改进^[42]。权重向量自适应在代数不超过 0.9 倍上限时启用,这是为了避免末期方向频繁变动造成收敛震荡。对于每 5% 的算法演变,执行权重向量自适应操作,该间隔在响应性与计算代价之间取得了良好平衡,既不过密以致抖动,也不会过疏而错过前沿几何的演化。通过算法 2 调整当前种群和权重向量,接着更新邻域以实现自适应。总体来说,算法的初始化与邻域构建奠定了分解框架,父代选择与种群更新保证逐代改进,基于 GBSC 与混合指标驱动的权重向量自适应使权重向量分布与 PF 几何持续对齐,在保证搜索效率的同时使算法在收敛性与多样性之间取得良好平衡。

算法 1 的伪代码为:

```

1. 参数初始化:种群规模  $N$ 、邻域选择概率  $\delta$ 、权重向量集合  $W$ 、
   初始种群  $P$ 、邻域大小  $T$ 、理想点  $z^*$ 、最大函数评价次数  $MFE$ 
2. FOR 每一个权重向量  $w_i$  DO
3.   确定其邻域索引集合  $B(i)$ ,按权重向量距离选取最近的
    $T$  个
4. ENDFOR
5. 设  $FES \leftarrow N, MaxGen \leftarrow \lfloor MFE/N \rfloor, gen \leftarrow 1$ 
6. WHILE  $FES < MFE$  DO
7.   FOR  $i=1 \dots N$  DO
8.     IF  $\text{rand}() < \delta$  THEN
9.       从  $B(i)$  中选取亲本  $Parents$ 
10.    ELSE
11.      从整个种群中选取亲本  $Parents$ 
12.    END IF
13.    通过遗传算子  $GA(Parents)$  生成后代  $y$  并评价其目标
    值  $f(y)$ 
14.     $FES \leftarrow FES + 1$ ,并用  $y$  更新理想点  $z^*$ ,逐目标取更小值
15.    基于切比雪夫分解准则与  $z^*$  更新邻域内解:对  $\forall j \in B(i)$ ,若  $y$  在子问题  $w_j$  下的标量化值更优,则用  $y$  替换  $P(j)$ 
16.  END FOR
17.   $gen \leftarrow \lfloor FES/N \rfloor$ 
18.  IF  $gen \leq 0.9 \times MaxGen$  AND  $\text{mod}(gen, 0.05 \times MaxGen) = 0$ 
    THEN
19.     $[P, W] \leftarrow$  算法 2( $P, W, z^*$ )
20.    FOR 每一个权重向量  $w_i$  DO
21.      重构邻域索引集合  $B(i)$ 
22.    ENDFOR

```

23. END IF

24. ENDWHILE

算法 2 展示了权重向量自适应过程,其首先利用算法 3 中的 GBSC 聚类与混合指标的综合评分机制筛选种群中处于拥挤区域而指标也较差的个体;其次,基于 GBSC 输出的边界点在稀疏区域进行新个体添加。具体来说,算法 3 首先利用 GBSC 得到种群的聚类结果以及相应的聚类中心点;其次,搜索聚类中心附近 40% 的个体作为拥挤区域;最后,对这些个体进行综合指标评分,得到最终的待删除个体。HIES 评分在簇内对近似 IGD、HV 与 Spread 贡献进行归一化加权,从而将拥挤识别与删点决策解耦,缓解仅凭稀疏度直接删除中心个体带来的中心—边缘偏置问题。

算法 2 的伪代码为:

输入:当前种群 P ,权重向量集合 W ,理想点 z^* 输出:更新后的种群 P 与权重向量集合 W

```

1.  $[Boundaries, Selected\_individuals] \leftarrow$  算法 3( $P, z^*$ )
2. 在  $P$  中删除  $Selected\_individuals$  对应的个体,同时从  $W$  中
   删除其对应的权重向量(保持  $|P|$  与  $|W|$  一致)
3. 设  $Q \leftarrow |Selected\_individuals|$ 
4. FOR  $q=1 \dots Q$  DO
5.   从  $Boundaries$  中选取一个边界代表解  $x_b$ 
6.   利用  $x_b$  根据式(2)生成一个新的子问题权重向量  $w_{new}$  并加
   入  $W$ 
7.   基于  $w_{new}$  构造对应子问题并求解得到解  $x_{new}$ :以当前  $P$  为
   搜索源,执行一次 GA 生成候选,并按切比雪夫准则选取标量化
   值更优者作为  $x_{new}$ 
8.   将  $x_{new}$  加入  $P$ 
9. ENDFOR

```

算法 3 的伪代码为:

输入:种群 P ,理想点 z^* 输出:边界解集合 $Boundaries$,待删除个体集合 $Selected_individuals$

```

1. 聚类结果  $Clusters$ ,聚类中心  $Centers$ ,聚类边界  $Boundaries\_all \leftarrow$  GBSC( $P$ )
2. 初始化  $Selected\_individuals \leftarrow \emptyset, Boundaries \leftarrow \emptyset$ 
3. FOR 每个簇  $k$  DO
4.   取该簇个体索引集合  $I_k$ ,中心为  $Centers(k)$ 
5.   在该簇边界点中选取代表边界解  $b_k$  并加入  $Boundaries$ 
6.   计算  $\forall i \in I_k$  的欧氏距离  $d(i) = \|f(x_i) - Centers(k)\|$  并按从小到大排序
7.   从  $I_k$  中选取距离中心最近的 40% 个体构成候选集合  $Cand_k$ 
8.   对  $Cand_k$  中的个体执行 HIES 簇内评分:分别计算近似 IGD、HV 与 Spread 贡献,并在簇内归一化后按预设权重聚合为删除倾向评分,得分越高越优先删除
9.   在  $Cand_k$  中选择删除倾向最高的个体加入  $Selected\_individuals$ ,在该簇内按评分从高到低取前  $q_k$  个
10. ENDFOR

```

图 2 为 MOEA/D-GBSC 算法流程。

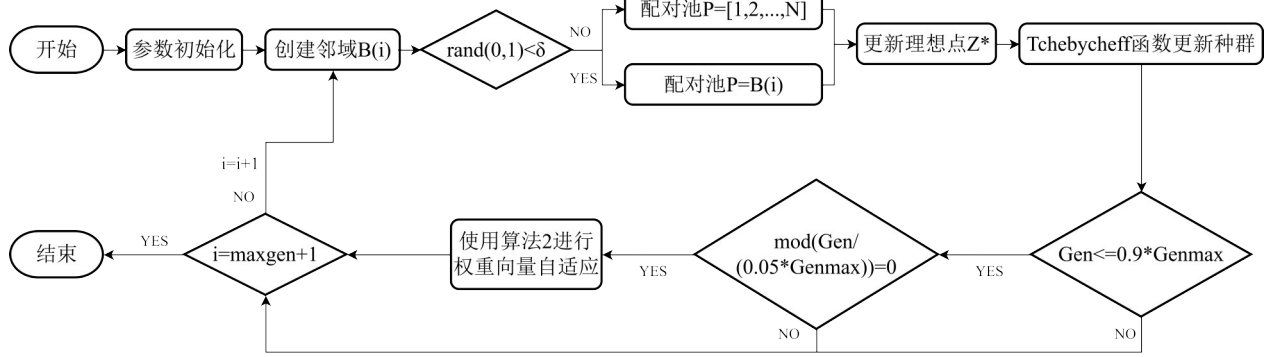


Fig. 2 Flow of MOEA/D-GBSC

图2 MOEA/D-GBSC算法流程

3 实验方法与结果分析

3.1 实验设置

为对 MOEA/D-GBSC 算法进行全面综合的测试,本研究选择 IMOP1-IMOP2、DTLZ1-DTLZ4、WFG4-WFG9 测试集,其包含线性、凸面和凹面的 PF,能够全面考察算法在不同形状 PF 上的分布能力,而且局部最优等多模态特征会干扰算法向全局真实 PF 的收敛,部分问题的解在搜索空间中分布不均,这要求算法能在具有欺骗性的搜索空间中均匀地找到 PF 上的解。以下为比较算法及其选取理由。首先,NSGA-II 是最经典的 MOEAs 之一,作为对比算法必不可少;其次,本文算法将 GBSC 聚类与 MOEA/D 相结合,采用混合指标方法,因此需选取一些采用聚类策略的 MOEA/D 算法以及利用指标策略的算法作为重点比较对象,除前文提到的 MOEA/D-UR、MOEA/D-GMM、MOEA/D-SC 以外,SRA 亦采用若干性能指标衡量个体质量,缓解了单一指标的偏置并在收敛与分布之间取得平衡^[43],AR-MOEA 采用改进的 IGD-NS 指标进行适应度评估,并通过自适应参考点机制提升算法在不同 PF 形态下的适用性^[44],以上几种算法均作为对比算法;最后,选择近年来提出的一些较为流行的采用权重向量自适应策略的算法,如 MOEA/D-DQN^[45]、NRV-MOEA^[46]。

本文算法参数设置:聚类簇数为 5,簇内评估比例为 40%,近似 IGD、HV、Spread 的权重分别为 0.5、0.3、0.2,蒙特卡罗采样点数量为 10 000(敏感性分析章节将给出参数选择依据)。所有对比算法的参数均遵循原始文献中的设置。综合考虑算法性能、基准测试集特点以及运行效率,本文将最大函数评价次数设置为 50 000,并作为所有实验的终止条件,初始种群大小 N 设为 100,所有算法独立运行 30 次。

本文实验采用 IGD 评价算法性能,其能对算法的有效性和鲁棒性进行全面深入的考量。采用显著性水平为 5% 的 Wilcoxon 秩和检验,符号“+”“-”“=”分别表示另一种算法相对于 MOEA/D-GBSC 获得了更好、更差和统计上相似的结果。所有实验均在 PlatEMO 平台上进行,该平台是一个完全开源的免费代码库,专门用于求解优化问题^[47]。

3.2 比较实验

表 1 为各算法的 IGD 指标,其中 M 和 D 表示目标数量和决策变量数量,括号内的值为标准差,值越小表示算法越稳定,加粗数据表示当前测试问题的最佳求解算法。可以看出,本文算法在大多数实例上表现最佳,显示出更稳定的收敛与覆盖能力。在对比算法中表现最好的是 MOEA/D-SC,其仅在 32 个基准测试集中的 6 个上表现优于本文算法。

Table 1 IGD results of each algorithms

表1 各算法的IGD指标

Problem	M	D	NSGA-II	MOEA/D-DQN	NRV-MOEA	SRA	AR-MOEA	MOEA/D-GMM	MOEA/D-SC	MOEA/D-GBSC
IMOP1	2	10	6.147 1e-3	1.045 7e-1	1.108 4e-2	1.283 3e-1	1.051 1e-1	8.100 3e-2	7.012 3e-2	6.732 6e-3
			(2.20e-4) =	(4.43e-4) -	(1.91e-3) -	(2.32e-2) -	(1.48e-3) -	(5.71e-2) -	(4.16e-2) -	(1.76e-3)
			8.378 3e-3	2.395 2e-2	3.237 1e-2	7.455 2e-1	2.554 1e-1	7.522 4e-1	5.731 2e-1	2.259 1e-2
IMOP2	2	10	(2.37e-3) +	(1.48e-2) -	(5.14e-2) -	(1.45e-2) -	(1.83e-1) -	(3.09e-2) -	(1.28e-1) -	(3.73e-2)
			2.732 4e-2	2.063 4e-2	2.216 8e-2	2.349 2e-2	2.068 1e-2	2.413 4e-2	2.205 3e-2	2.082 5e-2
			(1.18e-3) -	(6.76e-5) +	(2.80e-3) -	(1.36e-3) -	(1.23e-4) +	(2.05e-3) -	(1.15e-3) -	(2.68e-4)
DTLZ1	5	9	5.036 6e-1	7.501 2e-2	8.703 8e-2	6.890 6e-2	6.881 2e-2	7.553 5e-2	7.370 8e-2	6.946 1e-2
			(4.93e-1) -	(7.56e-3) -	(9.81e-3) -	(1.74e-3) =	(4.88e-4) +	(3.14e-3) -	(3.89e-3) -	(9.98e-4)
			4.087 7e+0	1.282 9e-1	2.602 5e-1	9.829 0e-2	1.117 5e-1	1.178 9e-1	1.155 5e-1	1.066 0e-1
DTLZ2	3	12	(3.57e+0) -	(2.34e-2) -	(1.16e-1) -	(1.33e-3) +	(2.31e-3) -	(7.58e-3) -	(1.07e-2) -	(5.41e-3)
			6.953 3e-2	5.501 3e-2	5.996 7e-2	7.568 7e-2	5.447 5e-2	5.462 8e-2	5.574 6e-2	5.352 2e-2
			(2.54e-3) -	(2.00e-4) -	(1.01e-3) -	(3.59e-3) -	(1.42e-5) -	(2.88e-3) -	(1.31e-3) -	(4.42e-4)

续表

Problem	M	D	NSGA-II	MOEA/D-DQN	NRV-MOEA	SRA	AR-MOEA	MOEA/D-GMM	MOEA/D-SC	MOEA/D-GBSC	
DTLZ3	5	14	2.497 6e-1	2.267 4e-1	2.152 9e-1	2.269 5e-1	2.123 2e-1	2.247 2e-1	2.152 8e-1	2.054 3e-1	
			(7.51e-3) -	(3.61e-3) -	(1.48e-3) -	(2.39e-3) -	(9.42e-5) -	(6.37e-3) -	(4.42e-3) -	(9.80e-4)	
	7	16	1.984 6e+0	3.655 2e-1	3.417 9e-1	3.415 2e-1	3.401 0e-1	3.544 2e-1	3.475 0e-1	3.193 3e-1	
			(2.83e-1) -	(5.69e-3) -	(1.91e-3) -	(3.14e-3) -	(8.89e-4) -	(6.63e-3) -	(7.17e-3) -	(2.20e-3)	
	3	12	7.333 8e-2	6.295 8e-2	6.680 1e-2	8.463 8e-2	5.826 4e-2	7.583 3e-2	6.060 9e-2	5.987 2e-2	
			(6.47e-3) -	(8.85e-3) =	(1.03e-2) -	(5.28e-3) -	(4.30e-3) +	(4.18e-2) -	(3.23e-3) =	(2.51e-3)	
	5	14	6.668 3e+0	5.258 6e-1	7.908 9e-1	2.471 3e-1	2.279 3e-1	3.226 3e-1	4.949 8e-1	2.661 2e-1	
			(5.30e+0) -	(6.10e-1) -	(6.45e-1) -	(1.70e-2) +	(9.51e-3) +	(3.23e-2) -	(1.31e-1) -	(2.99e-2)	
	7	16	8.381 9e+2	8.548 7e-1	1.529 8e+1	3.813 2e-1	1.558 2e+0	6.401 7e-1	6.208 1e-1	4.930 7e-1	
			(2.19e+2) -	(1.53e+0) =	(7.54e+0) -	(3.00e-2) +	(1.29e+0) =	(1.01e-1) -	(2.01e-1) -	(1.56e-1)	
	DTLZ4	3	12	9.714 3e-2	8.958 4e-2	5.970 0e-2	1.386 3e-1	3.516 8e-1	1.374 0e-1	1.518 2e-1	1.518 0e-1
				(1.60e-1) +	(1.62e-1) =	(1.22e-3) =	(1.61e-1) +	(3.29e-1) =	(1.84e-1) =	(1.98e-1) -	(2.24e-1)
5		14	2.457 8e-1	2.515 4e-1	2.165 1e-1	2.411 8e-1	2.401 9e-1	2.830 9e-1	3.286 8e-1	3.212 7e-1	
			(6.51e-3) =	(3.55e-2) =	(1.66e-3) +	(5.08e-2) =	(7.12e-2) +	(9.20e-2) =	(1.31e-1) =	(1.54e-1)	
7		16	1.847 5e+0	3.757 4e-1	3.403 1e-1	3.699 9e-1	3.443 4e-1	4.213 7e-1	3.990 2e-1	4.157 8e-1	
			(1.46e-1) -	(2.84e-2) =	(1.37e-3) =	(4.24e-2) =	(1.80e-2) =	(6.10e-2) =	(7.55e-2) =	(8.67e-2)	
3		12	2.651 5e-1	3.315 0e-1	2.393 2e-1	2.935 5e-1	2.207 8e-1	2.269 5e-1	2.135 6e-1	2.132 1e-1	
			(8.45e-3) -	(2.50e-2) -	(6.68e-3) -	(1.08e-2) -	(1.34e-4) -	(3.28e-3) -	(2.58e-3) =	(2.36e-3)	
5		14	1.280 1e+0	2.032 1e+0	1.247 9e+0	1.319 6e+0	1.224 7e+0	1.207 0e+0	1.149 5e+0	1.166 0e+0	
			(2.29e-2) -	(2.10e-1) -	(1.44e-2) -	(2.74e-2) -	(1.41e-3) -	(1.08e-2) -	(6.06e-3) +	(9.17e-3)	
WFG4		7	16	2.772 6e+0	4.511 5e+0	2.706 1e+0	2.677 8e+0	2.664 1e+0	2.572 8e+0	2.477 8e+0	2.462 8e+0
				(5.19e-2) -	(3.09e-1) -	(3.07e-2) -	(3.88e-2) -	(6.30e-3) -	(2.27e-2) -	(1.34e-2) -	(9.92e-3)
	3	12	2.761 8e-1	3.036 3e-1	2.468 8e-1	3.201 5e-1	2.297 9e-1	2.280 5e-1	2.207 3e-1	2.194 8e-1	
			(7.99e-3) -	(9.46e-3) -	(4.25e-3) -	(1.46e-2) -	(8.17e-5) -	(2.73e-3) -	(2.97e-3) =	(1.78e-3)	
	5	14	1.257 0e+0	1.893 6e+0	1.241 6e+0	1.326 5e+0	1.213 9e+0	1.162 4e+0	1.122 8e+0	1.133 4e+0	
			(2.17e-2) -	(1.43e-1) -	(1.45e-2) -	(2.94e-2) -	(1.46e-3) -	(9.93e-3) -	(5.33e-3) +	(4.82e-3)	
	7	16	2.715 0e+0	4.313 1e+0	2.696 2e+0	2.664 1e+0	2.637 6e+0	2.506 6e+0	2.425 7e+0	2.414 1e+0	
			(5.51e-2) -	(1.85e-1) -	(2.86e-2) -	(5.04e-2) -	(2.90e-3) -	(1.45e-2) -	(1.29e-2) -	(1.05e-2)	
	WFG5	3	12	3.035 4e-1	3.263 1e-1	2.572 2e-1	3.336 8e-1	2.424 9e-1	2.413 5e-1	2.380 5e-1	2.311 0e-1
				(1.51e-2) -	(2.45e-2) -	(1.02e-2) -	(1.67e-2) -	(1.04e-2) -	(1.26e-2) -	(1.37e-2) =	(1.05e-2)
		5	14	1.340 3e+0	1.663 2e+0	1.261 5e+0	1.373 0e+0	1.215 9e+0	1.186 9e+0	1.138 5e+0	1.152 1e+0
				(3.09e-2) -	(2.94e-1) -	(1.75e-2) -	(2.75e-2) -	(1.16e-3) -	(9.10e-3) -	(8.31e-3) +	(1.43e-2)
7		16	2.836 1e+0	3.652 0e+0	2.778 4e+0	2.736 3e+0	2.643 8e+0	2.544 8e+0	2.451 3e+0	2.442 4e+0	
			(3.83e-2) -	(8.00e-1) -	(5.27e-2) -	(5.60e-2) -	(8.60e-3) -	(2.49e-2) -	(1.18e-2) -	(1.24e-2)	
WFG6		3	12	2.839 8e-1	2.944 3e-1	2.416 7e-1	3.092 1e-1	2.217 6e-1	2.234 4e-1	2.144 7e-1	2.124 9e-1
				(1.26e-2) -	(2.01e-2) -	(6.23e-3) -	(1.08e-2) -	(5.16e-4) -	(3.92e-3) -	(2.92e-3) -	(2.45e-3)
		5	14	1.409 7e+0	1.840 0e+0	1.267 8e+0	1.364 3e+0	1.229 9e+0	1.198 8e+0	1.154 5e+0	1.164 0e+0
				(3.79e-2) -	(1.44e-1) -	(1.56e-2) -	(3.53e-2) -	(2.75e-3) -	(1.13e-2) -	(8.55e-3) +	(6.51e-3)
		7	16	2.976 0e+0	4.129 7e+0	2.736 0e+0	2.653 6e+0	2.670 6e+0	2.570 0e+0	2.479 2e+0	2.472 2e+0
				(8.37e-2) -	(4.54e-1) -	(2.79e-2) -	(4.67e-2) -	(1.08e-2) -	(2.91e-2) -	(1.30e-2) =	(1.46e-2)
	WFG7	3	12	3.652 6e-1	3.575 1e-1	2.866 2e-1	3.576 8e-1	2.790 6e-1	2.912 8e-1	2.666 5e-1	2.661 5e-1
				(1.27e-2) -	(5.90e-3) -	(4.47e-3) -	(1.13e-2) -	(2.37e-3) -	(6.27e-3) -	(4.27e-3) =	(3.37e-3)
		5	14	1.469 7e+0	2.179 2e+0	1.254 6e+0	1.364 0e+0	1.226 5e+0	1.236 2e+0	1.162 5e+0	1.184 4e+0
				(3.38e-2) -	(1.38e-1) -	(1.31e-2) -	(2.70e-2) -	(1.86e-3) -	(1.97e-2) -	(8.12e-3) +	(8.48e-3)
		7	16	3.000 5e+0	4.912 8e+0	2.682 4e+0	2.794 3e+0	2.630 5e+0	2.581 8e+0	2.504 7e+0	2.518 7e+0
				(3.78e-2) -	(1.65e-1) -	(4.08e-2) -	(3.05e-2) -	(1.65e-2) -	(2.95e-2) -	(2.52e-2) =	(2.51e-2)
WFG8		3	12	2.786 3e-1	3.430 5e-1	2.348 4e-1	2.941 1e-1	2.217 9e-1	2.298 4e-1	2.133 9e-1	2.144 4e-1
				(2.73e-2) -	(4.56e-2) -	(5.45e-3) -	(1.00e-2) -	(1.50e-3) -	(4.53e-3) -	(4.32e-3) =	(4.80e-3)
		5	14	1.398 5e+0	2.039 6e+0	1.209 3e+0	1.278 7e+0	1.207 8e+0	1.223 5e+0	1.132 7e+0	1.150 1e+0
				(5.53e-2) -	(9.56e-2) -	(1.43e-2) -	(3.04e-2) -	(6.17e-3) -	(2.37e-2) -	(1.76e-2) +	(1.22e-2)
		7	16	3.151 1e+0	4.396 3e+0	2.592 1e+0	2.611 8e+0	2.590 2e+0	2.617 4e+0	2.466 2e+0	2.463 7e+0
				(7.09e-2) -	(1.28e-1) -	(3.77e-2) -	(3.82e-2) -	(7.36e-3) -	(5.70e-2) -	(4.65e-2) =	(2.59e-2)
	+/-/=			2/28/2	1/26/5	1/29/2	4/25/3	5/24/3	0/29/3	6/15/11	

为进一步分析算法性能,图3、图4、图5分别为在部分 代表性测试集上,MOEA/D-GBSC算法、表现较好和较差的

对比算法的PF图。如图3所示, MOP2测试问题对算法的多样性提出很大挑战, 其边界几乎与坐标轴紧密相连, 这对于基于分解的MOEAs非常困难, 因为该类算法的权重向量通常都是均匀分布在空间, 面对IMOP1和IMOP2这类具有极端PF的测试问题时, 均匀权重向量的搜索效率低下且可能根本无法找到解集。如图3(c)所示, MOEA/D-GMM无法搜索到最优前沿。NSGA-II凭借与形状无关

的全局非支配选择与基于种群密度的多样性维持机制在以上问题中表现更优。MOEA/D-GBSC算法结果非常接近NSGA-II的表现, 克服了基于分解方法的固有缺陷, 相较于所有其他对比算法展现出显著优势, 体现出基于聚类的结构识别与混合指标环境选择在密度不均与边界区域处理中的有效性。

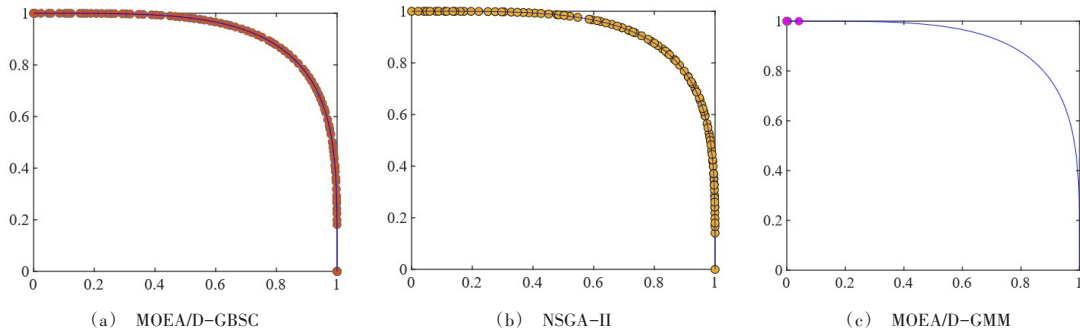


Fig. 3 Performance of representative algorithms on IMOP2

图3 代表性算法在IMOP2上的表现

DTLZ系列测试函数允许灵活设置决策变量和优化目标, 其中DTLZ1为超平面型PF, DTLZ2-DTLZ4为超球面型PF, DTLZ1包含 $11^5 - 1$ 个局部最优解, DTLZ3包含 $3^{10} - 1$ 个局部最优解, 且引入强多峰, 收敛压力显著增大, DTLZ4通过指数映射在决策空间引入强偏置, 搜索轨迹天然向极端方向聚集, 进一步增加了其求解难度。如图4所示, 以

DTLZ4为例, MOEA/D-GBSC算法在这些测试问题中展示了一组分布良好的解决方案, 突出了其保持多样性和收敛性的能力。结合表1数据可以发现, NRV-MOEA表现最佳, 这是由于该算法通过极值点计算自适应超平面, 将解映射到超平面上进行分布评估, 使新增个体在内区驻留的概率更高, 从而获得更低的IGD。

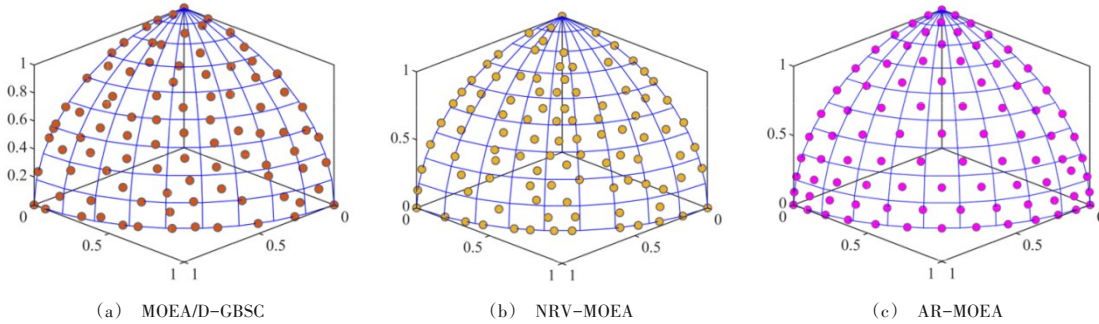


Fig. 4 Performance of representative algorithms on DTLZ4

图4 代表性算法在DTLZ4上的表现

与DTLZ测试函数不同, WFG测试问题大多是不可分割的, 且具有单峰、多峰、有偏、无偏、退化和非退化等特性, 比DTLZ系列问题更具挑战性。图5展示了部分算法在WFG7测试集中的PF图像。可以看出, SRA难以实现均匀的前沿逼近, 这是由于SRA不显式维护参考方向或局部子问题, 个体保留与淘汰主要由指标差分的相对排序决定, 导致方向感较弱, 解集在某些自然偏置区域聚集而易在低密度区域留空。尽管存在以上挑战, MOEA/D-GBSC在解决该系列问题时的性能并未受到影响, 这是由于GBSC在目标空间对群体进行颗粒球聚类并标定中心与边界区域, 混合指标在拥挤簇内施加更强的淘汰与收敛压力, 同时保留边界代表解以维持覆盖, 能够在复杂前沿上同时

保证推进速度与分布均衡。值得注意的是, MOEA/D-SC算法在WFG系列测试集中同样表现出色, 进一步表明利用空间聚类技术改进欧氏距离确定种群稀疏度的有效性。

3.3 敏感性分析

3.3.1 簇数

为确定GBSC在种群目标空间中的合理簇数, 本研究在离散空间中对不同聚类簇数GBSC的聚类性能进行比较。首先分别在算法运行到20%、40%、60%和80%阶段时进行4次独立抽样, 得到4个种群样本, 聚类簇数设置为1~10; 其次, 在聚类结果中分别计算每个样本的轮廓系数, 全局轮廓系数取簇内加权平均。轮廓系数的取值范围为

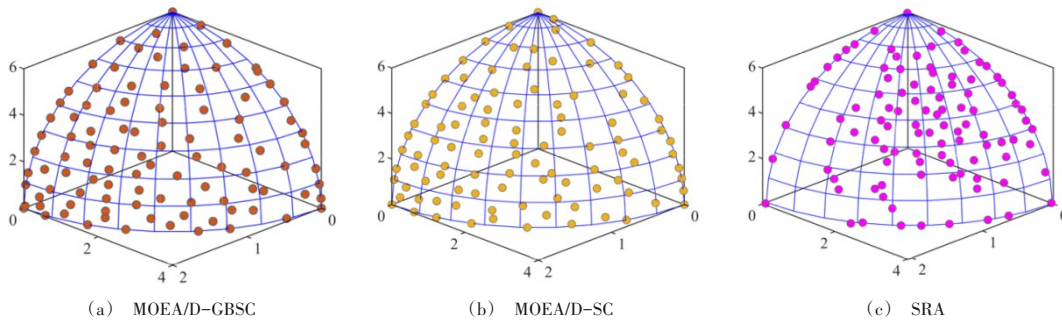


Fig. 5 Performance of representative algorithms on WFG7

图5 代表性算法在WFG7上的表现

-1~1,取值越大表示该样本越被更恰当地归类,常用于衡量簇内紧致性与类间分离度等聚类性能。GBSC在不同聚类簇数中的性能比较柱状图如图6所示,其中横轴表示不同聚类簇数 k ,纵轴表示不同采样阶段,竖轴表示全局轮廓系数。可以看出,当聚类簇数为5时,整体轮廓系数在多数样本上达到最大值。综合聚类质量、稳健性与计算开销,最终将簇数固定为5。

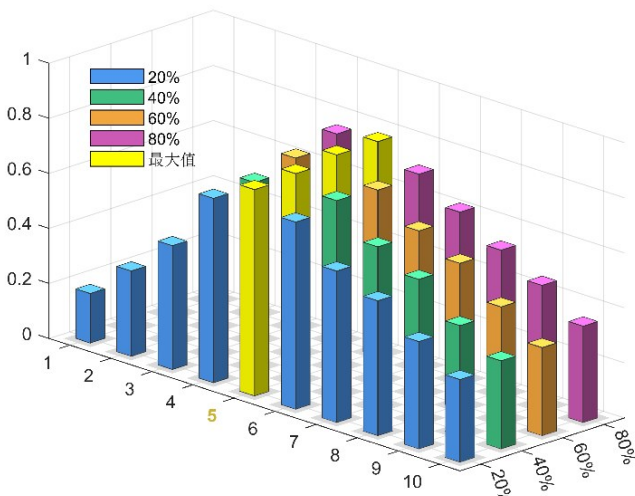


Fig. 6 Performance comparison of GBSC under different numbers of clusters

图6 GBSC在不同聚类簇数中的性能比较

3.3.2 簇内评估比例

GBSC首先用于界定中心和边缘区域;其次在每个簇内按照与簇中心的距离由近及远排序,选取前40%的个体进入评估与竞争。在簇内评估比例25%~50%的区间内开展敏感性实验。首先,下限不低于25%,以保证每个簇的评估样本具有足够代表性,避免因样本过少影响统计的稳定性与判别精度;其次,上限不超过50%,以避免将大量边缘样本引入评估而削弱聚类的定位作用,因为当比例较大时,算法耗时显著增加。图7为不同簇内评估比例的箱线图比较。箱线图是一种展示一组数据位置、离散程度、偏态与异常值的工具,适用于多组分布的并列比较。由于算法在不同测试集中的结果之间没有关联,本文不考虑数据之间的离散程度与稳定性,只关注数据均值、中位数和整

体极值的变化。图中五角星代表数据均值,箱体中的加粗线条代表数据的中位数,上下触须表示极值。可以看出,簇内评估比例在35%、40%和45%时的中位数、均值非常接近,箱体与触须长度相仿,表明这3组数据之间无显著差异,即相对应的算法性能相近。相比之下,簇内评估比例为30%时的中位数、均值和极值表现均较差,说明算法性能略有退化;25%时的指标表现更差,表明算法性能进一步下降;50%相较40%出现小幅恶化,但耗时不可忽略。综上所述,算法在簇内评估比例在35%~45%的区间内性能差异较小,因此选择40%作为收敛质量与效率之间较为稳健的折中。

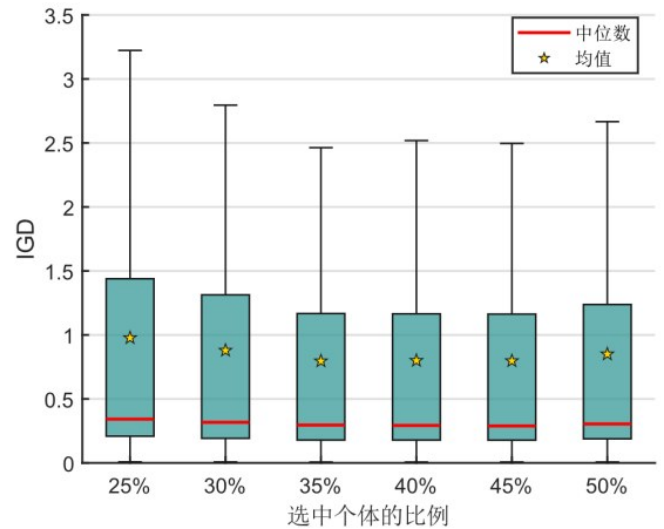


Fig. 7 Box-plots for different within-cluster evaluation ratios

图7 不同簇内评估比例的箱线图

3.3.3 指标权重

为确定混合指标删除评分中3类近似贡献的权重取值,本研究在保持其余实验设置不变的条件下对权重向量 $w = (w_{IGD}, w_{HV}, w_{Spread})$ 进行敏感性分析。考虑到本文最终以IGD作为主要评价指标,权重候选集的构造遵循评价口径一致性原则,即优先保证 w_{IGD} 处于相对较高区间,使环境选择阶段的删点倾向与最终性能度量保持一致。在此基础上,通过在 w_{HV} 与 w_{Spread} 之间进行有限幅度的权重转移,检验覆盖与均匀性保持两类补偿项对整体IGD表现的

影响,从而避免对权重空间进行高成本的穷举搜索。由于不同测试问题的IGD量级差异较大,本研究采用性能剖面图对各权重组合进行跨问题汇总比较,将每个问题各组合的IGD与该问题上的最优IGD进行比值归一化,并统计在给定倍率阈值 τ 下能够接近最优的问题比例,曲线在较小 τ 区域更靠左且在同一 τ 下更高,意味着该权重组合在更多问题上更稳定地逼近最优。如图8所示,候选组合 $w = (0.5, 0.3, 0.2)$ 在全测试集上取得了更优的综合曲线表现,且在邻近权重范围内曲线差异有限,说明该选择既能兼顾收敛质量与多样性补偿,又具有一定鲁棒性。基于剖面图的整体比较结论,本研究将混合指标权重 w 分别设置为0.5、0.3、0.2。

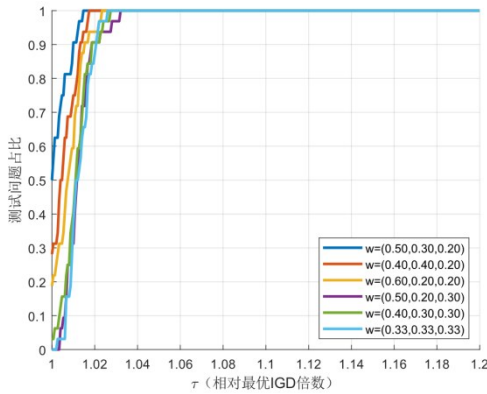


Fig. 8 IGD performance profile

图8 IGD性能剖面图

3.4 统计结果

采用条形图的形式给出了实验的统计结果,与表1数据相对应。如图9所示,符号“+”“-”和“=”分别表示另一种算法相对于MOEA/D-GBSC算法获得更好、更差和统计上相似的结果。可以看出,本文算法在大多数测试问题中都表现优秀,只有在少数测试问题中,一些算法的性能优于或与本文算法相当,凸显了本文算法的有效性和较强的竞争力。

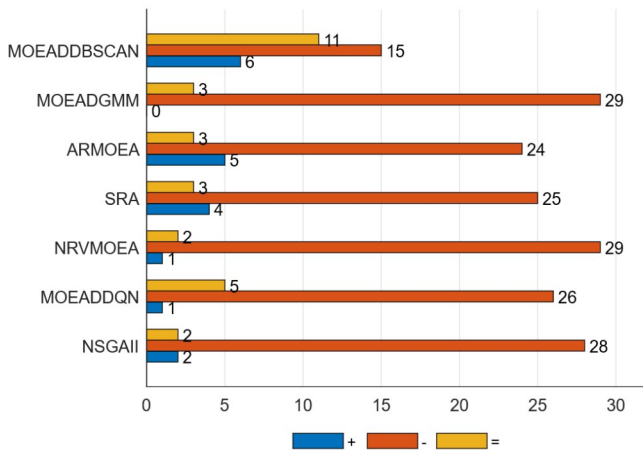


Fig. 9 Statistical results

图9 统计结果

3.5 算法收敛图

图10为各算法在WFG6中的收敛图像。可以看出,MOEA/D-GBSC算法的表现最好,在演化过程中,其IGD值逐渐收敛至最低,且指标值没有出现恶化。相比之下,其他算法的指标结果几乎在任一时期都差于本文算法,且有些算法后期甚至出现恶化现象。本文算法在进化过程中较好地平衡了收敛性与多样性,具有较强的竞争力。

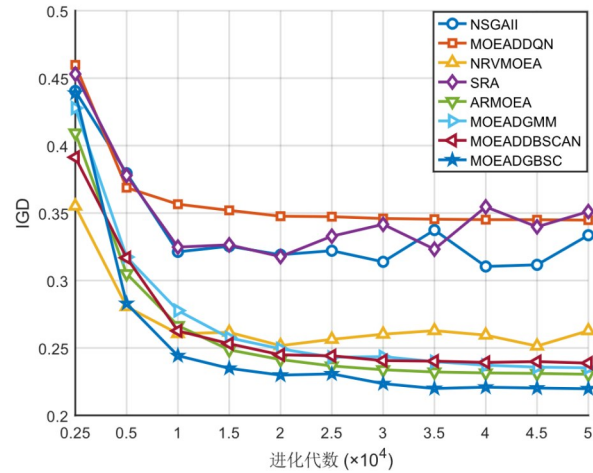


Fig. 10 Convergence plots of each algorithm on WFG6

图10 各算法在WFG6上的收敛图

3.6 算法运行时间

取每个算法在所有基准测试集中的平均运行时间来代表该算法的运行时间,然后采用饼图的形式给出各个算法的运行时间占比,结果如图11所示。可以看出,本文算法排名第6,在所有算法中处于靠后的位置,这是所提算法的局限之一。本文算法在MOEA/D的基础上每隔5%的进化代数便会进行目标空间聚类与混合指标筛选操作,导致算法运行时间较长,但相较于使用类似策略的MOEA/D-SC算法,本文算法的运行时间明显缩短。本文算法是一种离线优化方法,一些高性能的CPU或GPU可以缩短运行时间,且其不是一个动态目标函数,这种时间成本是可以接受的。尽管本文算法在运行时间上不占优,但其在解决MOPs上的优势和效果仍然值得肯定。

3.7 算法复杂度

记 N 为种群规模, M 为目标维数, D 为决策维数, T 为

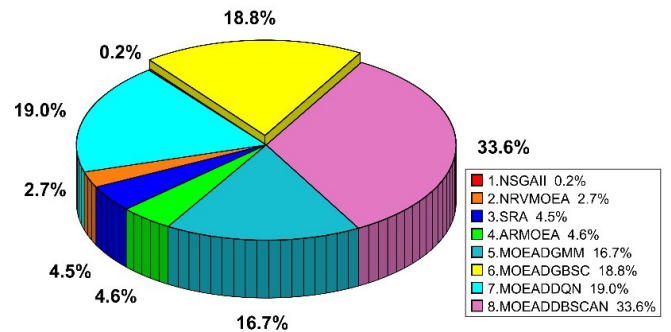


Fig. 11 Runtime share of each algorithm

图11 各算法运行时间占比

邻域规模, G 为迭代次数, B 为颗粒球数, $|cand|$ 为自适应阶段待评估的候选删除数, S 为 HV 贡献的蒙特卡罗采样数。首先, 在颗粒球生成方面, PCA 等操作在若干子块上的计算形成 $O(NM^2)$ 级别的成本, 随后的颗粒球间相似度构建复杂度为 $O(B^2M)$, 谱聚类在 B 上具有多项式复杂度。由于实际 B 远小于 N , GBSC 阶段的主要量级为颗粒球生成的 $O(NM^2)$; 其次, 在候选筛选与混合指标评估阶段, 计算簇中所有点到中心的距离并排序呈现 $O(C \cdot (NM + N \log N))$ 的规模特征; IGD 重要性通过参考前沿与当前种群的成对距离矩阵计算最近邻归属, 该过程的主导成本为 $O(|PF| \cdot N \cdot M)$; HV 贡献的计算本质为对维度 $N \times S \times M$ 的张量进行全维比较聚合, 因此 HVC 的总体量级为 $O((|cand| + 1) \cdot S \cdot N \cdot M)$; Spread 指标以主成分方向上的有序间距稳定性作为度量, 先对全体 N 个点进行一次 PCA 并沿第一主成分排序, 随后模拟删除候选后再进行一次同类评估, 形成 $O(NM^2 + N \log N) + |cand| \cdot O(NM^2 + N \log N)$ 的叠加。综上所述, 本文算法的核心负担在于 HVC 的蒙特卡罗评估, 在给定实现与参数范围内, 本文算法的主导时间复杂度为 $O((|cand| + 1) \cdot S \cdot N \cdot M)$ 。

4 结语

本文提出一种利用颗粒球谱聚类对种群目标空间进行划分的算法 MOEA/D-GBSC, 以更准确地确定目标空间中的拥挤与稀疏区域, 从而解决传统欧氏距离所造成的中心—边缘偏置问题。为避免根据稀疏度直接删点可能会误删关键解, 进一步影响算法的收敛分布平衡, 本文还提出一种基于混合指标的环境选择机制, 在聚类得到的每个簇中对近邻候选解进行混合指标的综合评分与批量删除, 然后配合精英库补充与多样性再选择, 有效平衡了算法的收敛性与多样性。验证实验表明, 与目前的主流算法相比, MOEA/D-GBSC 算法具有较强的竞争力。然而, MOEA/D-GBSC 算法在运行时间与计算复杂度上存在局限性, 未来可以考虑与大模型相结合, 采用更为先进的分区策略以更加灵活地进行权重向量自适应操作。

参考文献:

- [1] CONRAD F, STÖCKER J P, SIGNORINI C, et al. Exploring design space: machine learning for multi-objective materials design optimization with enhanced evaluation strategies[J]. Computational Materials Science, 2025, 246: 113432.
- [2] DONG N, ZHANG T, WANG R, et al. An evolutionary algorithm based on fully connected weight networks for mixed-variable multi-objective optimization[J]. Information Sciences, 2024, 659: 120053.
- [3] SHARMA S, KUMAR V. A comprehensive review on multi-objective optimization techniques: past, present and future[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2022, 29(7): 5605–5633.
- [4] LU Y, LI B, LIU S, et al. A population cooperation based particle swarm optimization algorithm for large-scale multi-objective optimization [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2023, 83: 101377.
- [5] XIAO X W, XIAO D, LIN J G, et al. An overview of multi-objective optimization problems [J]. Computer Application Research, 2011, 28 (3): 805–808.
肖晓伟, 肖迪, 林锦国, 等. 多目标优化问题的研究概述[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(3): 805–808.
- [6] QIAO G Z, WANG R, SUN C L. High-dimensional multi-objective improved evolutionary algorithm based on decomposition [J]. Journal of Computer Applications, 2021, 41(11): 3097–3103.
乔钢柱, 王瑞, 孙超利. 基于分解的高维多目标改进进化算法[J]. 计算机应用, 2021, 41(11): 3097–3103.
- [7] HU J, ZHANG P H, CHENG C. A solution method for multi-objective optimization problems based on density distance [J]. Journal of Heze University, 2019, 41(2): 21–24.
胡俊, 张平华, 程晨. 一种基于密度距离的多目标优化问题求解方法[J]. 菏泽学院学报, 2019, 41(2): 21–24.
- [8] WANG L P, REN Y, QIU Q C, et al. Review on performance evaluation indicators of multi-objective evolutionary algorithms [J]. Journal of Computer, 2021, 44(8): 1590–1619.
王丽萍, 任宇, 邱启仓, 等. 多目标进化算法性能评价指标研究综述[J]. 计算机学报, 2021, 44(8): 1590–1619.
- [9] ZHANG Q, LI H. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712–731.
- [10] DAS I, DENNIS J E. Normal-boundary intersection: a new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems [J]. SIAM Journal on Optimization, 1998, 8(3): 631–657.
- [11] HAN X, CHAO T, YANG M, et al. A steady-state weight adaptation method for decomposition-based evolutionary multi-objective optimisation [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 89: 101641.
- [12] ZHANG C, GAO L, LI X, et al. Resetting weight vectors in MOEA/D for multiobjective optimization problems with discontinuous Pareto front [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 52(9): 9770–9783.
- [13] DONG Z, WANG X, TANG L. MOEA/D with a self-adaptive weight vector adjustment strategy based on chain segmentation [J]. Information Sciences, 2020, 521: 209–230.
- [14] QI Y, MA X, LIU F, et al. MOEA/D with adaptive weight adjustment [J]. Evolutionary Computation, 2014, 22(2): 231–264.
- [15] FARIAS L R C, ARAÚJOL A F R. Many-objective evolutionary algorithm based on decomposition with random and adaptive weights [C]// 2019 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC), 2019: 3746–3751.
- [16] LI M, YAO X. What weights work for you? adapting weights for any Pareto front shape in decomposition-based evolutionary multiobjective optimisation [J]. Evolutionary Computation, 2020, 28(2): 227–253.
- [17] De FARIAS L R C, ARAÚJO A F R. A decomposition-based many-objective evolutionary algorithm updating weights when required [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2022, 68: 100980.
- [18] LIU Y J, NIU L P. Heterogeneous network access control with improved MOEA/D algorithm [J]. Computer Engineering and Design, 2021, 42 (7): 1837–1843.
刘艳君, 牛丽平. 改进 MOEA/D 算法的异构网络接入控制[J]. 计算机工程与设计, 2021, 42(7): 1837–1843.
- [19] TANG D D. Research on algorithms for large-scale multi-objective opti-

- mization problems[D]. Xi'an: Xidian University, 2021.
- 唐丹丹. 大规模多目标优化问题的算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2021.
- [20] WANG H, JIN Y, YAO X. Diversity assessment in many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 47(6): 1510–1522.
- [21] EMMERICH M T M, DEUTZ A H. A tutorial on multiobjective optimization: fundamentals and evolutionary methods[J]. *Natural Computing*, 2018, 17(3): 585–609.
- [22] ZHANG X, LI G, LIN X, et al. Gliding over the pareto front with uniform designs[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2024, 37: 2215–2245.
- [23] REN X, WANG M, DAI G, et al. Revolutionizing population sparsity assessment: machine learning-powered solutions for multi-objective evolutionary algorithms[J]. *Engineering Optimization*, 2025, 57(11): 3344–3377.
- [24] GAO S, REN X, ZHANG Y. Improvement of multi-objective evolutionary algorithm and optimization of mechanical bearing[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2023, 120: 105889.
- [25] REN X, WANG M, DAI G, et al. Balancing convergence and diversity: Gaussian mixture models in adaptive weight vector strategies for multi-objective algorithms[J]. *Information Sciences*, 2025, 700: 121858.
- [26] REN X, WANG M, DAI G, et al. Multi-objective evolutionary algorithm based on transfer learning and neural networks: dual operator feature fusion and weight vector adaptation[J]. *Information Sciences*, 2025, 686: 121364.
- [27] ZHANG X, TIAN Y, JIN Y. A knee point-driven evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 19(6): 761–776.
- [28] YU G, JIN Y, OLFHOFFER M. Benchmark problems and performance indicators for search of knee points in multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 50(8): 3531–3544.
- [29] LI M, YANG S, LIU X. Shift-based density estimation for Pareto-based algorithms in many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 18(3): 348–365.
- [30] GIAGKIOZIS I, FLEMING P J. Methods for multi-objective optimization: an analysis[J]. *Information Sciences*, 2015, 293: 338–350.
- [31] BEUME N, NAUJOKS B, EMMERICH M. SMS-EMOA: multiobjective selection based on dominated hypervolume[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 181(3): 1653–1669.
- [32] ZITZLER E, KÜNZLI S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]//*International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*, 2004: 832–842.
- [33] LI F. Research on high-dimensional multi-objective optimization algorithm based on R2 index [D]. Shenyang: Northeastern University, 2018.
- 李飞. 基于 R2 指标的高维多目标优化算法研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2018.
- [34] SUN B, GUO N, LI Z L, et al. Multi-objective optimization algorithm based on R2 index and mimetic physics constraints [J]. *Journal of Ordnance Engineering*, 2022, 43(8): 186–192.
- 孙宝, 郭娜, 李占龙, 等. 基于 R2 指标的拟态物理学约束多目标优化算法[J]. *兵器装备工程学报*, 2022, 43(8): 186–192.
- [35] YAN P, TIAN Y, LIU Y. An indicator-based multi-objective evolutionary algorithm assisted by improved graph convolutional networks [J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2025, 94: 101892.
- [36] XIE J, KONG W, XIA S, et al. An efficient spectral clustering algorithm based on granular-ball[J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2023, 35(9): 9743–9753.
- [37] XIA S, XIE J, WANG G. An adaptive granularity clustering method based on hyper-ball[DB/OL]. <https://arxiv.org/pdf/2205.14592v1>.
- [38] CHEN W, ISHIBUCHI H, SHANG K. Fast greedy subset selection from large candidate solution sets in evolutionary multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 26(4): 750–764.
- [39] BADER J, ZITZLER E. HypE: an algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization [J]. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1): 45–76.
- [40] ZHOU J, ZHANG Y, ZHENG J, et al. Domination-based selection and shift-based density estimation for constrained multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 27(4): 993–1004.
- [41] ZHOU J, ZOU J, YANG S, et al. Niche-based and angle-based selection strategies for many-objective evolutionary optimization[J]. *Information Sciences*, 2021, 571: 133–153.
- [42] DEB K, SINDHYA K, OKABE T. Self-adaptive simulated binary crossover for real-parameter optimization [C]//*Proceedings of the 9th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*, 2007: 1187–1194.
- [43] LI B, TANG K, LI J, et al. Stochastic ranking algorithm for many-objective optimization based on multiple indicators[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(6): 924–938.
- [44] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X, et al. An indicator-based multiobjective evolutionary algorithm with reference point adaptation for better versatility[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 22(4): 609–622.
- [45] TIAN Y, LI X, MA H, et al. Deep reinforcement learning based adaptive operator selection for evolutionary multi-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2022, 7(4): 1051–1064.
- [46] HUA Y, LIU Q, HAO K. Adaptive normal vector guided evolutionary multi-and many-objective optimization[J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2024, 10(3): 3709–3726.
- [47] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X, et al. PlatEMO: a MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum] [J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2017, 12(4): 73–87.

(责任编辑:尹晨茹)